



iスクールの

世界一わかりやすい

とってつくった

中
3

数学単元末テスト

1章 式の展開と因数分解 k

氏名 ()

1 次の計算をなさい。

$$(1) -2a(a - 3b) \\ = -2a^2 + 6ab$$

$$(2) -2x(x - 3y - 9) \\ = -2x^2 + 6xy + 18x$$

$$(3) (12a^2 - 6a) \div 2a \\ = -6a - 3$$

$$(4) (4a^2 + 2a) \div \frac{a}{4} \\ = (4a^2 + 2a) \times \frac{4}{a} \\ = 16a + 8$$

2 次の式を展開をなさい。

$$(1) (a + b)(x + y) \\ = ax + ay + bx + by$$

$$(2) (x - 5)(x + 2) \\ = x^2 - 3x - 10$$

$$(3) (x - 6)(x - 7) \\ = x^2 - 13x - 42$$

$$(4) (x + 8)^2 \\ = x^2 + 8x + 16$$

$$(5) (3x - 5)^2 \\ = 9x^2 - 30x + 25$$

$$(6) (x + 3)(x - 3) \\ = x^2 - 9$$

$$(7) (x + \frac{1}{4})(x - \frac{1}{4}) \\ = x - \frac{1}{16}$$

$$(8) (3 + a)(3 - a) \\ = 9 - a^2$$

1 (3点×4=12点)

$$(1) -2a^2 + 6ab$$

$$(2) -2x^2 + 6xy + 18x$$

$$(3) -6a - 3$$

$$(4) 16a + 8$$

2 (3点×8=24点)

$$(1) ax + ay + bx + by$$

$$(2) x^2 - 3x - 10$$

$$(3) x^2 - 13x - 42$$

$$(4) x^2 + 8x + 16$$

$$(5) 9x^2 - 30x + 25$$

$$(6) x^2 - 9$$

$$(7) x - \frac{1}{16}$$

$$(8) 9 - a^2$$

3 次の計算をなさい。

$$(1) 2(x + 3)(x - 3) - (x - 7)$$

$$= 2(x^2 - 9) - x + 7$$

$$= 2x^2 - 18 - x + 7$$

$$= 2x^2 - x - 11$$

$$(2) (x + y - 5)^2$$

$$= (A - 5)^2 \quad \leftarrow x + y = A \text{ とおくと,}$$

$$= (A^2 - 10A + 25)$$

$$= (x + y)^2 - 10(x + y) + 25$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 10x - 10y + 25$$

3 (4点×2=8点)

$$(1) 2x^2 - x - 11$$

$$(2) x^2 + 2xy + y^2 - 10x - 10y + 25$$

4 次の問いに答えなさい。

(1) 98を素因数分解しなさい。

$$2 \times 7^2 \quad \begin{array}{r} 2 \) 98 \\ \underline{4} \\ 7 \) 49 \\ \underline{7} \\ 7 \end{array}$$

(2) 150にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の2乗にしたい。どんな自然数をかければよいか答えなさい。

$$2 \times 3 \times 5^2 \quad \begin{array}{r} 2 \) 150 \\ \underline{3} \\ 3 \) 75 \\ \underline{5} \\ 5 \) 25 \\ \underline{5} \\ 5 \end{array}$$

4 (4点×2=8点)

$$(1) 2 \times 7^2$$

$$(2) 6$$

5 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) 5xy - 3x \\ = x(5y - 3)$$

$$(2) x^2 + 8x + 15 \\ = (x + 3)(x + 5)$$

$$(3) x^2 - 2x - 35 \\ = (x + 5)(x - 7)$$

$$(4) x^2 + 18x + 81 \\ = (x + 9)^2$$

$$(5) 25x^2 - 40xy + 16y^2 \\ = (5x - 4y)^2$$

$$(6) x^2 - 49 \\ = (x + 7)(x - 7)$$

$$(7) x^2 - \frac{1}{16} \\ = (x + \frac{1}{4})(x - \frac{1}{4})$$

$$(8) 9x^2 - 4y^2 \\ = (3x + 2y)(3x - 2y)$$

6 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) ax^2 - 2ax + 8a \\ = a(x^2 - 2x + 8) \\ = a(x + 2)(x - 4)$$

$$(2) (x + 4)^2 - 6(x + 4) - 16 \\ = A^2 - 6A - 16 \\ = (A - 8)(A + 2) \\ = (x + 4 - 8)(x + 4 + 2) \\ = (x - 4)(x + 6)$$

5 (3点×8=24点)

(1)	$x(5y - 3)$
(2)	$(x + 3)(x + 5)$
(3)	$(x + 5)(x - 7)$
(4)	$(x + 9)^2$
(5)	$(5x - 4y)^2$
(6)	$(x + 7)(x - 7)$
(7)	$(x + \frac{1}{4})(x - \frac{1}{4})$
(8)	$(3x + 2y)(3x - 2y)$

6 (5点×2=10点)

(1)	$a(x + 2)(x - 4)$
(2)	$(x - 4)(x + 6)$

7 次の問いに答えなさい。

(1) 101^2 をくふうして次の計算をしなさい。

$$101^2 = (100 + 1)^2 \\ = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1 \\ = 10201$$

(2) $x = 3, y = -4$ のとき、

$(x + 4)(x - 9) - (x - 6)^2$ の値を求めなさい。

$$(x + 4)(x - 9) - (x - 6)^2 \\ = x^2 - 5x - 36 - (x^2 - 12x + 36) \\ = 7x - 72 = 7 \times 3 - 72 = -51$$

8 連続した2つの奇数の積から3をひいた数は4の倍数になることを証明しなさい。

(6点)

連続した2つの奇数を $2n + 1, 2n + 3$ (n は整数とする)

$$(2n + 1)(2n + 3) - 3 = 4n^2 + 8n + 3 - 3 \\ = 4n^2 + 8n = 4n(n + 2)$$

$n(n + 2)$ は整数だから、連続した2つの奇数の積から3をひいた数は4の倍数である。

7 (4点×2=8点)

(1)	10201
(2)	-51

1 次の計算をしなさい。

$$(1) (2x + 3y) \times 6x = 12x^2 + 18y$$

$$(2) 6x\left(-\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y\right) = -3x^2 + 4xy$$

$$(3) (12x^2y - 8xy) \div (-4x) = -3xy + 2y$$

$$(4) (16a^2b - 4ab^2 + 8ab) \div 4ab = 4a - b + 2$$

1 (3点×4=12点)

(1)	$12x^2 + 18y$
(2)	$-3x^2 + 4xy$
(3)	$-3xy + 2y$
(4)	$4a - b + 2$

2 次の式を展開をしなさい。

$$(1) (x - 2)(y + 6) = xy + 6x - 2y - 12$$

$$(2) (x - 5)(x - 4) = x^2 - 9x + 20$$

$$(3) (y - 1)(y + 3) = y^2 + 2y - 3$$

$$(4) (x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$(5) \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$$

$$(6) (3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

$$(7) (x + 6)(x - 6) = x^2 - 36$$

$$(8) (2x + 3)(2x - 3) = 4x^2 - 9$$

2 (3点×8=24点)

(1)	$xy + 6x - 2y - 12$
(2)	$x^2 - 9x + 20$
(3)	$y^2 + 2y - 3$
(4)	$x^2 + 8x + 16$
(5)	$x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$
(6)	$9x^2 - 30x + 25$
(7)	$x^2 - 36$
(8)	$4x^2 - 9$

3 次の計算をしなさい。

$$(1) 2(x - 5)^2 = 2(x^2 - 10x + 25) = 2x^2 - 20x + 50$$

$$(2) (x + y - 5)^2 = (A - 5)^2 \leftarrow x + y = A \text{ とおくと,}$$

$$= (A^2 - 10A + 25) = (x + y)^2 - 10(x + y) + 25 = x^2 + 2xy + -10x - 10y + 25$$

3 (4点×2=8点)

(1)	$2x^2 - 20x + 50$
(2)	$x^2 + 2xy + -10x - 10y + 25$

4 次の問いに答えなさい。

(1) 30を素因数分解しなさい。

$$2 \times 3 \times 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 30 \\ \underline{4} \\ 2 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \) \ 15 \\ \underline{9} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

(2) 18にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の2乗にしたい。どんな自然数をかければよいか答えなさい。

$$2 \times 3^2$$

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 18 \\ \underline{4} \\ 18 \\ \underline{12} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \) \ 9 \\ \underline{6} \\ 3 \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

4 (4点×2=8点)

(1)	$2 \times 3 \times 5$
(2)	2

5 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax + ay$
 $= a(x + y)$

(2) $6xy - 9x$
 $= 3x(2y - 3)$

(3) $x^2 - x - 56$
 $= (x + 7)(x - 8)$

(4) $x^2 + 12x + 27$
 $= (x + 3)(x + 9)$

(5) $x^2 - 14x + 49$
 $= (x - 7)^2$

(6) $100 - 20x + x^2$
 $= (10 - x)^2$

(7) $x^2 - 100$
 $= (x + 10)(x - 10)$

(8) $25x^2 - 16y^2$
 $= (5x + 4y)(5x - 4y)$

5 (3点×8=24点)

(1)	$a(x + y)$
(2)	$3x(2y - 3)$
(3)	$(x + 7)(x - 8)$
(4)	$(x + 3)(x + 9)$
(5)	$(x - 7)^2$
(6)	$(10 - x)^2$
(7)	$(x + 10)(x - 10)$
(8)	$(5x + 4y)(5x - 4y)$

6 次の式を因数分解しなさい。

(1) $a^3 - 4a$
 $= a(a^2 - 4)$
 $= a(a + 2)(a - 2)$

(2) $(x - 8)^2 - 25$
 $= A^2 - 25$ ← $x - 8 = A$ とおいた
 $= (A + 5)(A - 5)$
 $= (x - 8 + 5)(x - 8 - 5)$
 $= (x - 3)(x - 13)$

6 (5点×2=10点)

(1)	$a(a + 2)(a - 2)$
(2)	$(x - 3)(x - 13)$

7 次の問いに答えなさい。

(1) 59×41 をくふうして次の計算をしなさい。
 $= (50 + 9)(50 - 9)$
 $= 2500 - 81 = 2419$

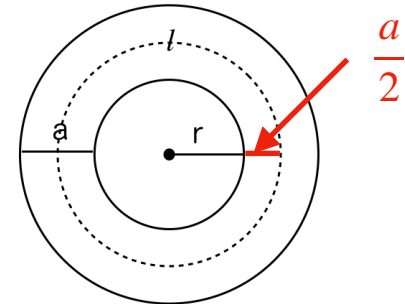
(2) $x = 52, y = 38$ のとき、 $x^2 + 2xy + y^2$ の値の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} & x^2 + 2xy + y^2 \\ &= (x + y)^2 \\ &= (52 + 38)^2 \\ &= 8100 \end{aligned}$$

7 (4点×2=8点)

(1)	2419
(2)	8100

8 半径 r の円形の花だんのまわりに、下の図のように幅 a の道がついている。この道の面積を S 、道の真ん中を通る円周の長さを l とすると、 $S=al$ となることを証明しなさい。



(6点)

道の面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2) - \pi r^2 \\ &= \underline{\pi a^2 + 2\pi ar} \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

道の真ん中を通る円周の長さ l は、その

円の半径 $\frac{a}{2} + r$ がだから、
 $l = 2\pi(\frac{a}{2} + r) = \pi a + 2\pi r$

$$al = a(\pi a + 2\pi r) = \underline{\pi a^2 + 2\pi ar} \dots \textcircled{2}$$

①、②から、 $S=al$

1 次の計算をなさい。

$$(1) -2a(a - 3b)$$

$$= -2a^2 + 6ab$$

$$(2) (4a + b - 3) \times (-5a)$$

$$= -20a^2 - 5ab + 15a$$

$$(3) (x^2 - 2x) \div (-x)$$

$$= -x + 2$$

$$(4) (3a^2 + 5a) \div \frac{a}{5}$$

$$= (3a^2 + 5a) \times \frac{5}{a}$$

$$= 15a + 25$$

2 次の式を展開をなさい。

$$(1) (2x - 5)(y - 3)$$

$$= 2xy - 6x - 5y + 15$$

$$(2) (x + 3)(x - 4)$$

$$= x^2 - x - 12$$

$$(3) (x - \frac{1}{8})(x - \frac{5}{8})$$

$$= x + \frac{4}{8}x - \frac{5}{64}$$

$$= x + \frac{1}{2}x - \frac{5}{64}$$

$$(4) (x - 6)^2$$

$$= x^2 - 12x + 36$$

$$(5) (2x + y)^2$$

$$= 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$(6) (5 + x)(5 - x)$$

$$= 25 - x^2$$

$$(7) (3 + a)(3 - a)$$

$$= 9 - a^2$$

$$(8) (x - \frac{3}{2})(x - \frac{3}{2})$$

$$= x + \frac{4}{8}x - \frac{5}{64}$$

1 (3点×4=12点)

$$(1) -2a^2 + 6ab$$

$$(2) -20a^2 - 5ab + 15a$$

$$(3) -x + 2$$

$$(4) 15a + 25$$

2 (3点×8=24点)

$$(1) 2xy - 6x - 5y + 15$$

$$(2) x^2 - x - 12$$

$$(3) x + \frac{1}{2}x - \frac{5}{64}$$

$$(4) x^2 - 12x + 36$$

$$(5) 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$(6) 25 - x^2$$

$$(7) 9 - a^2$$

$$(8) x + \frac{4}{8}x - \frac{5}{64}$$

3 次の計算をなさい。

$$(1) (x - 5)^2 - (x + 8)(x - 8) \quad (2) (x + y - 5)(x + y + 8)$$

$$= x^2 - 10x + 25 - (x^2 - 64)$$

$$= -10x + 89$$

$$= (A - 5)(A + 8)$$

$$= (A^2 + 3A - 40)$$

$$= (x + y)^2 + 3(x + y) - 40$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y - 40$$

3 (4点×2=8点)

$$(1) -10x + 89$$

$$(2) x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y - 40$$

4 次の問いに答えなさい。

(1) 147を素因数分解しなさい。

$$3 \times 7^2$$

$$\begin{array}{r} 3 \) \ 147 \\ \underline{7} \ 49 \\ \underline{7} \ 49 \\ \underline{} \ 0 \end{array}$$

(2) 63にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の2乗にしたい。どんな自然数をかければよいか答えなさい。

$$3^2 \times 7$$

$$\begin{array}{r} 7 \) \ 63 \\ \underline{7} \ 9 \\ \underline{3} \ 9 \\ \underline{} \ 0 \end{array}$$

4 (4点×2=8点)

$$(1) 3 \times 7^2$$

$$(2) 7$$

5 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) 6a^2 - 2a = 2a(3a - 1)$$

$$(2) 3ax - 6bx + 9cx = 3x(a - 2b + 3c)$$

$$(3) x^2 - 17x + 72 = (x - 8)(x - 9)$$

$$(4) x^2 + 2xy - 24y^2 = (x - 4y)(x + 6y)$$

$$(5) x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

$$(6) 81 + 18x + x^2 = (9 + x)^2$$

$$(7) x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

$$(8) 25x^2 - 16y^2 = (5x + 4y)(5x - 4y)$$

6 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) 4ax^2 - 16ax + 16a = 4a(x^2 - 4x + 4) = 4a(x - 2)^2$$

$$(2) (x + y)^2 - 25 = A^2 - 25 = (A - 5)(A + 5) = (x + y - 5)(x + y + 5)$$

5 (3点×8=24点)

(1)	$2a(3a - 1)$
(2)	$3x(a - 2b + 3c)$
(3)	$(x - 8)(x - 9)$
(4)	$(x - 4y)(x + 6y)$
(5)	$(x - 2)^2$
(6)	$(9 + x)^2$
(7)	$(x + 2)(x - 2)$
(8)	$(5x + 4y)(5x - 4y)$

6 (5点×2=10点)

(1)	$4a(x - 2)^2$
(2)	$(x + y - 5)(x + y + 5)$

7 次の問いに答えなさい。

(1) 102^2 をくふうして次の計算をしなさい。

$$= (100 + 2)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2$$

$$= 10000 + 400 + 4 = 10404$$

(2) $x = 3$ のとき、 $(x + 4)(x - 9) - (x - 6)^2$ の値を求めなさい。

$$(x + 4)(x - 9) - (x - 6)^2$$

$$= x^2 - 5x - 36 - (x^2 - 12x + 36)$$

$$= 7x - 72$$

$$= 7 \times 3 - 72 = -51$$

8 連続する3つの整数のまん中の数の2乗から1をひくと、残りの2つの数の積になることを証明しなさい。

(6点)

連続する3つの整数を $n - 1, n, n + 1$ (n は整数とする)

まん中の数の2乗から1をひくと、

$$n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1)$$

となり、残りの2数の積に等しい。

7 (4点×2=8点)

(1)	10404
(2)	-51