

ベクトルの内積

日付(月 日 曜日)
名前()

ベクトルの内積

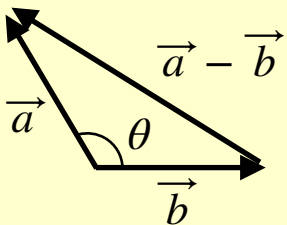
空間のベクトルにおいて、平面と同様に次のことが成り立つ

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

また、 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ 、 $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ のとき、この2つのベクトルがなす角を θ とする。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ である。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$



例題

次の2つのベクトル \vec{a} 、 \vec{b} の内積およびそのなす角 θ を求めなさい。

$$\vec{a} = (2, -3, 1), \vec{b} = (-3, 1, 2)$$

解

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times (-3) + (-3) \times 1 + 1 \times 2 = -7$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-7}{\sqrt{14} \sqrt{14}} = -\frac{1}{2}$$