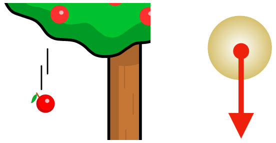
落体の運動

氏名（　　　　　　　　　　　　　　　）

1　自由落下



物体が（　重力　）だけを受け，初速度 0 で鉛直に落下する運動。 ▶ **自由落下**

物が落ちるときの運動だね！

自由落下の特徴

① 加速度は（　下　）向きで一定（　$g = 9.8\ m/s^2$　）になる。

② 初速度は（　$0\ m/s$　）になる。

自由落下運動の公式

$$v = gt,\quad x = \frac{1}{2}gt^2,\quad v^2 = 2gx$$

v：速度　g：重力加速度
t：時間（秒）x：落下距離

導出

等速直線運動の公式より，

$$v = \underline{v_0} + \underline{at} \qquad x = \underline{v_0 t} + \frac{1}{2}\underline{a}t^2 \qquad v^2 - \underline{v_0{}^2} = 2\underline{a}x$$

$$\downarrow$$

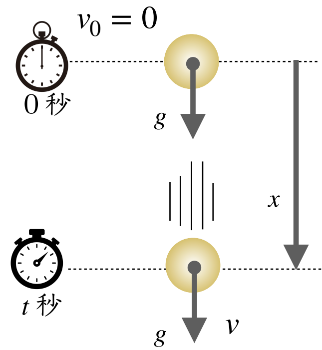
$$v = gt \qquad x = \frac{1}{2}gt^2 \qquad v^2 = 2gx$$

自由落下運動なので，初速度は $v_0 = 0$，加速度は $a = g$ となる

例　自由落下を始めて 2 秒後の物体の様子

速度 $v = gt = 9.8 \times (\ 2\ ) = 19.6 m/s$

落下距離 $x = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times (\ 2\ )^2 = 19.6 m$



例題

２階の窓から小球を静かにはなすと，1.0 秒後に地面に達した。小球をはなした点の高さと，地面に達する直前の小球の速さを求めよ。重力加速度の大きさは 9.8 m/s^2 とする。

解

t 秒後の小球の位置は $x = \frac{1}{2}gt^2$ で表されるので，

$x = \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 1.0^2 = 4.9\ m$

同様に，t 秒後の小球の速さは $v = gt$ で表されるので，

$v = 9.8 \cdot 1.0 = 9.8\ m/s$

2　鉛直投射

物体を（ 鉛直 ）方向に投げたり，
投げ下ろしたりすること。

※ 鉛直方向：重力が働く方向

鉛直投射

① 鉛直投げ下ろし

初速度 v_0 $[m/s]$ で投げ下ろす運動で，自由落下運動と同様に，加速度は鉛直（ 下 ）向きで，その大きさは（ $g[m/s^2]$ ）に等しい。

鉛直投げ下ろしの公式

$$v = v_0 + gt \qquad x = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$v^2 - {v_0}^2 = 2gx$$

v：速度　g：重力加速度
t：時間(秒)　x：落下距離
v_0：初速度

導出

等速直線運動の公式より，

等速直線運動の公式と似てるね！

$$v = v_0 + at \qquad x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad v^2 - {v_0}^2 = 2ax$$

$$\downarrow$$

$$v = v_0 + gt \qquad x = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \qquad v^2 - {v_0}^2 = 2gx$$

自由落下運動と同様に，加速度は $a = g$ となる

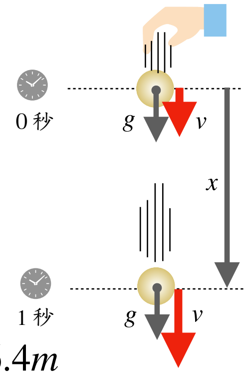
例　初速度1.5 $[m/s]$ で投げ下ろされた小球の 1 秒後の運動の様子

速度 v ：$v_0 + gt = (1.5) + 9.8 \times (1)$

$= 11.3m/s$

位置 x ：$v_0 t + \dfrac{1}{2}gt^2$

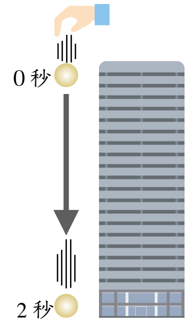
$= (1.5) \times (1) + \dfrac{1}{2} \times 9.8 \times (1)^2 = 6.4m$



例題

ビルの屋上から，小球を初速度 3.0 m/s で鉛直下向きに投げ下ろすと，2.0 秒後に地面に達した。小球をはなした点の高さと，地面に達する直前の小球の速さを求めよ。重力加速度の大きさは 9.8 m/s^2 とする。

解



t 秒後の小球の位置は $x = v_0 t + \dfrac{1}{2}gt^2$ で表されるので，

$$x = 3.0 \cdot 2.0 + \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 2.0^2 = 25.6\ m$$

同様に，t 秒後の小球の速さは $v = v_0 + gt$ で表されるので，

$$v = 3.0 + 9.8 \cdot 2.0 = 22.6\ m/s$$

② 鉛直投げ上げ

ボールを上に投げたときに
落ちるまでの現象を解析するよ！

小球を鉛直に投げ上げる。

▼

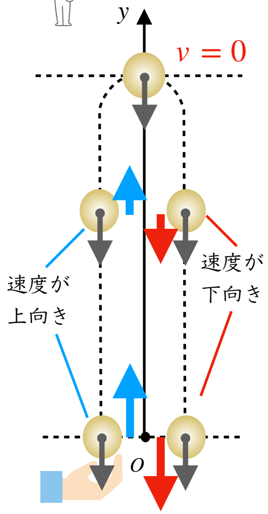
小球はしだいに遅くなり，

最高到達点で速度(v)が（　0　）となる。

▼

最高到達点から，下向きに落下する

（　自由落下　)運動へと変わる。



鉛直投げ上げの公式

$$v = v_0 - gt \qquad x = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v^2 - {v_0}^2 = -2gx$$

v：速度　g：重力加速度
t：時間(秒)　x：移動距離
v_0：初速度

導出

鉛直投げ下ろしの公式より，

$$v = v_0 + gt \qquad x = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \qquad v^2 - {v_0}^2 = 2gx$$

↓

$$v = v_0 - gt \qquad x = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad v^2 - {v_0}^2 = -2gx$$

鉛直投げ上げでは，鉛直上向きを正とする

例題

小球を初速度 9.8 m/s で真上に向けて投げるとき，次の値を求めよ。
ただし，鉛直上向きを正とし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

(1) 最高点に達するまでの時間 t_1 [s]とその高さ h_1 [m]

(2) もとの位置に戻るまでの時間 t_2 [s]とその速度 v_2 [m/s]

解

(1) 最高点では速度が 0 m/s となる。

t 秒後の小球の速さは $v = v_0 - gt$ で表されるので，

$$0 = 9.8 - 9.8t_1 \qquad t_1 = 1.0\ s$$

t 秒後の小球の位置は $y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ で表されるので，

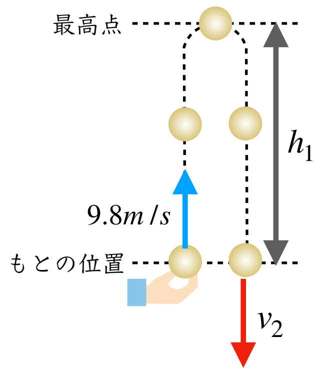
$$y = 9.8 \cdot 1.0 - \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 1.0^2 = 4.9\ m$$

(2) もとの位置では高さが 0 m となる。

$$0 = 9.8t_2 - \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot t_2^2 = 9.8t_2\left(1 - \frac{1}{2}t_2\right)$$

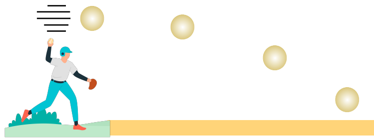
t_2 は 0 ではないので，$t_2 = 2.0\ s$

$$v_2 = 9.8 - 9.8 \cdot 2.0 = -9.8\ m/s$$



落体の運動　　　　　　　　　　　　　　　　　氏名（　　　　　　　　　　　　　　）

3　水平投射



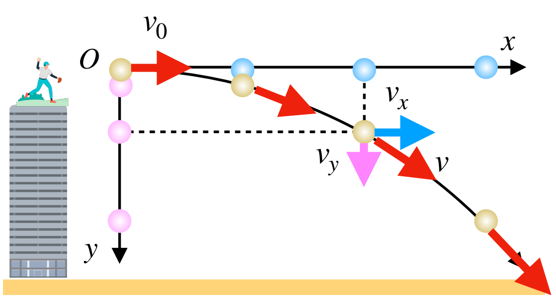
物体をある高さから（ 水平 ）方向に投げ出すこと。 ▶ **水平投射**

※ 水平方向：鉛直方向と垂直な方向

水平方向に初速度 v_0 $[m/s]$で小球を投げ出すと，

物体は（ 水平 ）方向に進みながら，（ 鉛直下向き ）方向に落下し，やがて地面に達する。

水平方向と鉛直方向ではそれぞれ異なる運動をするので，別々で考え求めなければならないね！



《各方向の運動》

水平方向

（ 等速直線 ）運動

鉛直方向

（ 自由落下 ）運動

水平投射の各成分の運動

水平方向

$v_x = v_0 \quad x = v_0 t$

v_x：速度　t：時間(秒)
x：移動距離　v_0：初速度

鉛直方向

$v_y = gt \quad y = \dfrac{1}{2}gt^2 \quad {v_y}^2 = 2gy$

v_y：速度　g：重力加速度
t：時間(秒)　y：移動距離
v_0：初速度

例題

ある高さの所から，小球を速さ 7.0 m/s で水平方向に投げ出すと，2.0 秒後に地面に達した。重力加速度の大きさは 9.8 m/s^2 とする。

(1) 投げ出した所の真下の点から，小球の落下地点までの水平距離 l $[m]$ を求めよ。

(2) 投げ出した所の，地面からの高さ h $[m]$ を求めよ。

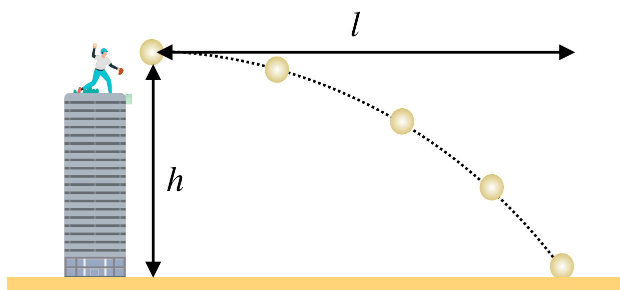
解

(1)　水平方向は速さ 7.0 m/s の等速直線運動と同様なので，

$$l = 7.0 \cdot 2.0 = 14\ m$$

(2)　鉛直方向は自由落下と同様なので，

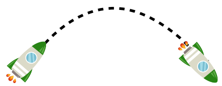
$$h = \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 2.0^2 = 19.6\ m \fallingdotseq 20\ m$$



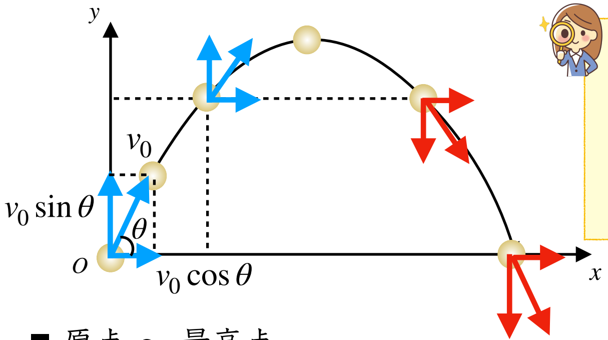
落体の運動

氏名（　　　　　　　　　　　）

4　斜方投射

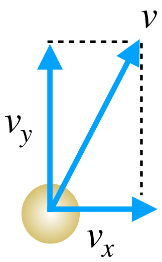


物体を（ 斜め上 ）に投げ上げること。 ▶ **斜方投射**



最高点に達したときに物体の動きが変わることから，原点～最高点の場合と最高点から落下点までの場合のそれぞれを分けて考えないといけないね！

■ 原点 ～ 最高点



《各方向の運動》

水平方向

（　等速直線　）運動

鉛直方向

（　鉛直投げ上げ　）

原点 ～ 最高点の各成分の運動

水平方向

$$v_x = v_0 \cos\theta \qquad x = v_0 \cos\theta t$$

v_x：速度　t：時間(秒)
x：移動距離　v_0：初速度

鉛直方向

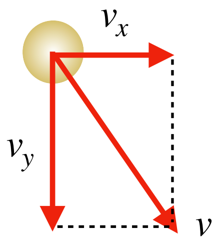
$$v_y = v_0 \sin\theta - gt$$

$$y = v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y{}^2 - v_0{}^2 \sin^2\theta = -2gy$$

v_y：速度　g：重力加速度
t：時間(秒)　y：移動距離
v_0：初速度

■ 最高点 ～ 落下点



《各方向の運動》

水平方向

（　等速直線　）運動

鉛直方向

（　自由落下　）運動

最高点 ～ 落下点の各成分の運動

水平方向

$$v_x = v_0 \cos\theta \qquad x = v_0 \cos\theta t$$

v_x：速度　t：時間(秒)
x：移動距離　v_0：初速度

鉛直方向

$$v_y = gt \qquad y = \frac{1}{2}gt^2$$

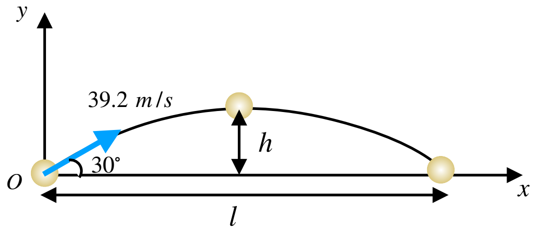
$$v_y{}^2 = 2gy$$

v_y：速度　g：重力加速度
t：時間(秒)　y：移動距離

例題

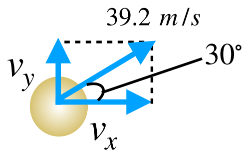
地上から，小球を速さ 39.2 m/s で角度 60° の向きに投げ出した。
重力加速度の大きさは 9.8 m/s^2 として，次の問いに答えなさい。

(1) 最高点までの高さ h [m] を求めよ。
(2) 落下するまでに水平方向に移動する距離 l [m] を求めよ。



解

(1) 最高点までの鉛直方向の運動は
鉛直投げ上げと同じなので，



$$v_y = v_0 \sin 30° - gt$$

最高点では鉛直方向の速度が 0 になるから，

$$0 = v_0 \sin 30° - gt$$

$$0 = 39.2 \times \frac{1}{2} - 9.8t$$

$$9.8t = 19.6$$

$$t = 2.0$$

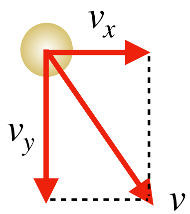
$$y = v_0 \sin 30° t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= 19.6 \times 2.0 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4.0$$

$$= 39.2 - 19.6 = 19.6\ m$$

(2) (1)より，最高点の高さは 19.6 m なので，

最高点から地上に到達するまでの時間は，



$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$19.6 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$$

$$4.9t^2 = 19.6$$

$$t^2 = 4.0$$

$t > 0$ より

$$t = 2.0$$

よって，投げ出してから地上に達するまでの時間は，4.0 s

水平方向の運動は等速直線運動なので，

$$x = v_0 \cos\theta t$$

$$= v_0 \cos 30° \times t$$

$$= 39.2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4.0 \fallingdotseq 135\ m$$